PITAGORAS
ACADEMIA

ARITMÉTICA

Profesor
Fortunato Mendoza

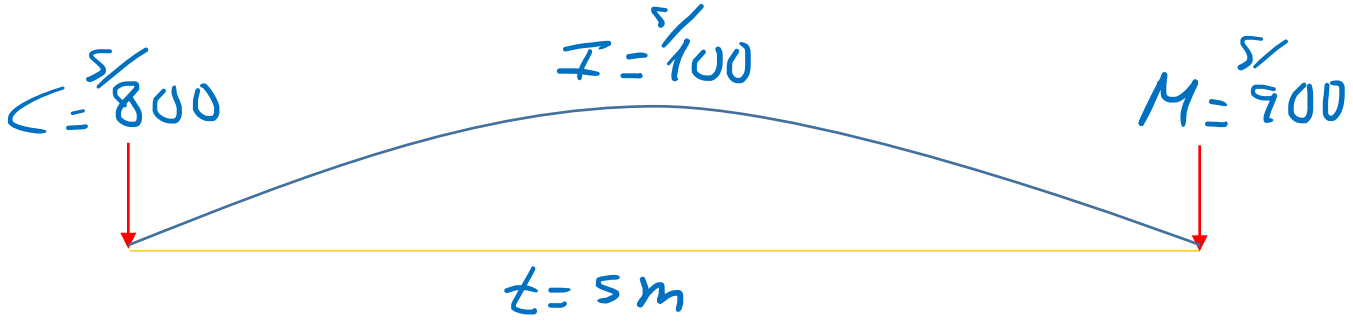
INTERÉS

INTERÉS SIMPLE; COMPUESTO Y CONTINUO

REGLA DE INTERÉS

Es un procedimiento aritmético que permite calcular; la utilidad producida por un bien; al ser prestado a otra persona o entidad; o al ser invertida en una determinada actividad económica

Ejemplo:



tasa: r%.

INTERÉS

ELEMENTOS

1. Capital (C).- Dinero o bien que se impone o presta para obtener ganancias.

2. Tiempo (t).- Es el periodo durante el cual se presta o invierte el capital. Para calcular el interés; se considera generalmente el mes y año comercial; donde:

- 1 mes comercial tiene 30 días
- 1 año comercial tiene 360 días
- 1 año común tiene 365 días (F: 28d)
- 1 año bisiesto tiene 366 días (F: 29d)

Conversión de tiempos

a) De meses a años

36 meses = $\frac{36}{12}$ años = 3 años

8 meses = $\frac{8}{12}$ años

b) De días a años

720 días = $\frac{720}{360}$ años = 2 años

200 días = $\frac{200}{360}$ años

INTERÉS

3. Tasa (r%).- Es el tanto por ciento de ganancia del capital respecto a un periodo de tiempo. También se le conoce como rédito.

Ejemplos:

- Si un capital de 800 soles se presta al 4% mensual, significa:

$I_{1\ mes}$= 4%800= 32

- Si un capital de 2000 se presta al 7% trimestral, significa:

$I_{1\ trimestre}$ = 7%2000 = 140

Nota

Cuando no se especifique el periodo de tiempo referido a una tasa de interés; se asumirá que ésta es una tasa anual.

Ejemplo r% = 20% anual

INTERÉS

Tasas Equivalentes:

Ejemplos:

a) De unidad menor a mayor

- 8% semestral $\overset{\times 2}{<>}$ 16% anual
- 7% mensual $\overset{\times 3}{<>}$ 21% trimestral
- 0,2% diario $\overset{\times 30}{<>}$ 6% mensual

b) De unidad mayor a menor

- 18% bianual $\overset{\div 2}{<>}$ 9% anual
- 21% anual $\overset{\div 3}{<>}$ 7% cuatrimestral
- 30% semestral $\overset{\div 6}{<>}$ 5% mensual

4. Monto (M).- Es la suma del capital y el interés que genera éste en cierto periodo

$$\boxed{M = C + I}$$

CLASES DE INTERÉS

I. INTERÉS SIMPLE

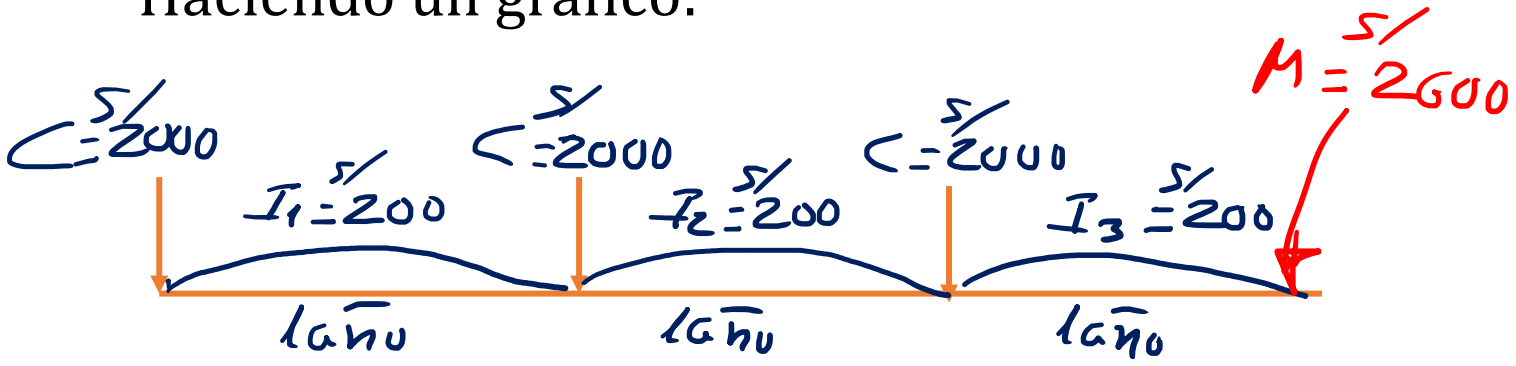
El interés producido en cada cierto periodo no se acumula al capital; es decir que la utilidad no forma parte del capital para un nuevo periodo de tiempo.

Ejemplo:

Calcular el interés y el monto producido por S/. 2 000 impuesto al 10%, durante 3 años.

$C = S/\ 2000$; $r\% = 10\%$ anual ; $t = 3$ años

Haciendo un gráfico:



Del ejemplo:

$I = I_1 + I_2 + I_3$

$I = 200 + 200 + 200 = 600$

$M = C + I = 2000 + 600 = 2600$

INTERÉS

En general

$$\boxed{I = C.r\%t}$$

Donde:

La tasa(r) y el tiempo (t) deben estar en la misma unidad de tiempo:

Como: $M = C + I$

$M = C + C.r\%.t$

Por lo tanto:

$$\boxed{M = C(1 + r\% t)}$$

Nota

Como $I = C.r\%t \longrightarrow \frac{I}{t} = C.r\%$

Por lo tanto: $\frac{I}{t} = cte$

Es decir, el interés simple que genera un capital es directamente proporcional al tiempo

Ejemplo:

Si $I_{2m} = S/80$

$\times 3$

$\longrightarrow I_{6m} = S/240$

$\times 3$

Aplicación 01:

El interés cuatrimestral que produce $1 800 al 2,1% semanal es :

Resolución:

Se tiene:

C = $1800

r% = 2,1% semanal $\xrightarrow{\div 7}$ = 0,3% diario

t = 4 meses = 120 dias

Piden: I = C.r%.t

I = 1800x0,3%x120

I = S/. 648

II. INTERÉS COMPUESTO

El interés producido en cada cierto periodo de tiempo se acumula al capital; es decir el interés se capitaliza al cabo de cada cierto periodo (periodo de capitalización) generando así un nuevo capital para el siguiente periodo.

Ejemplo:

Calcular el monto que se obtiene al prestar S/. 2 000 impuesto al 10% anual capitalizable anualmente durante 3 años.

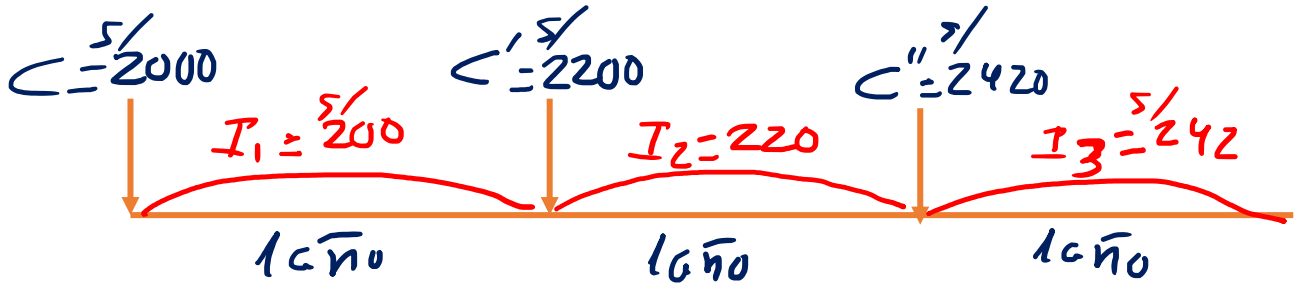
$M = C(1 + r\% \cdot t)$

$C = S/2000$; $r\% = 10\%$ anual ; $t = 3$ años

En general:

$$\mathbf{M = C(1 + r\%)^t}$$

Haciendo un gráfico



Donde la unidad de la tasa(r) y el tiempo (t) deben estar en las unidades del periodo de capitalización

$M = C + I$

$I = M - C$

En el ejemplo

$M = 2000(1 + 10\%)^3 = 2662$

INTERÉS

Aplicación 2:

¿Cuál es el monto que se obtiene al prestar 2000 soles al 30% semestral con capitalización bimestral durante 8 meses?

Resolución:

Se presta con capitalización bimestral

C = 2000

r% = 30% semestral = 10% bimestral

t = 8 meses = 4 bimestres

Piden: $M = C(1 + r\%)^t$

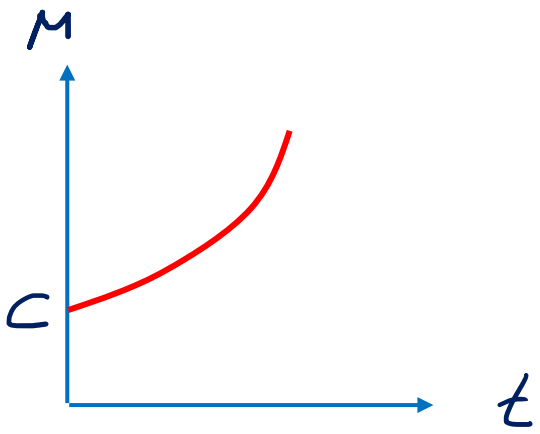
$M = 2000(1 + 10\%)^4 = 2000(1{,}1)^4$

M = 2928,2

III. INTERÉS CONTINUO

Es un caso particular del interés compuesto, donde el periodo de capitalización es lo mas pequeño posible; es decir, el interés se acumula instantáneamente al capital originando que el monto crezca continuamente.

Gráfico:



Se cumple: $\boxed{\mathbf{M = C.}e^{r\%t}}$

Donde las unidades de la tasa (r) y el tiempo (t) deben estar en la misma unidad de tiempo.

e = 2,7182... (número neperiano)

Aplicación 3:

Calcular el interés y el monto producido por S/. 2 000 impuesto al 5% semestral, durante 3 años, si se capitaliza continuamente. ($e^{0,3}$ = 1,34986)

Resolución:

Se presta con capitalización continua

C= 2000

r% = 5% semestral = 10% anual

t = 3 años

Como: M = C.$e^{r\%t}$

M = 2000.$e^{10\%3}$ → M = 2000.$e^{0,3}$

M = 2000.(1,34986) → M = 2699,72

Como: I = M - C → I = 2699,72 – 2000

Por lo tanto: I = 699,72

$\times$

$\div$

$+$

$-$

$\sqrt{\ }$

$e = 2,71$

Aplicación 4:

¿Qué cantidad debe ser invertida al 8% anual capitalizable continuamente para acumular $ 5 000 en 30 meses? ($.e^{0,1}$ = 1,105171)

Resolución:

Sea C el capital que se invierte

Capitalización continua

r% = 8% anual

t = 30 meses $=\frac{30}{12}$ años

$e^{0,2} = (e^{0,1})^2$

Por dato: M = 5000

$C.e^{r\%t} = 5000 \longrightarrow C.e^{8\%\frac{30}{12}} = 5000$

$C.e^{0,2} = 5000 \longrightarrow C.(1,105171)^2 = 5000$

Resolviendo: C = S/. 4093,65

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

PROBLEMAS

1. ¿Cuál es el capital que colocado al 5% trimestral durante 9 meses produce un interés de S/. 270?

A) S/. 1 200 **B) S/. 1 500** **C) S/. 1 800**
D) S/. 2 100 **E) S/. 2 400**

Resolución

C = ??

r% = 5% trimestral

t = 9 meses <> 3 trimestres

Dato: I = 270

$$C \cdot \frac{5}{100} \cdot 3 = 270$$

$$C = 1800$$

Clave: C

2. Calcular el monto obtenido al imponer S/. 3 000 al 6% anual durante 72 días.

A) S/. 3 036 **B) S/. 3 054** **C) S/. 3 072**
D) S/. 3 090 **E) S/. 3 120**

Resolución

M = ??

C = 3000

r% = 6% anual

t = 72 días $= \frac{72}{360}$ años

Se cumple: M = C + I

$$M = 3000 + 3000 \cdot \frac{6}{100} \cdot \frac{72}{360}$$

$$M = 3000 + 36 = 3036$$

Clave: A

3. Dos capitales suman S/. 6 000, uno de ellos impuesto al 4% anual durante 9 meses produce igual interés que el otro impuesto al 3% anual durante 8 meses. Calcular la diferencia de dichos capitales.

A) S/. 1 000 **B) S/. 1 200** **C) S/. 1 500**
D) S/. 1 440 **E) S/. 2 100**

Resolución

$C_1 + C_2 = 6000$ ....(1)

C_1 ; $4\%\ anual$; $9\ m \longrightarrow I_1$ $\frac{9}{12}$ años

C_2 ; $3\%\ anual$; $8\ m \longrightarrow I_2$ $\frac{8}{12}$ años

Dato: $I_1 = I_2$

$$C_1 \cdot \frac{4}{\cancel{100}} \cdot \frac{9}{\cancel{12}} = C_2 \cdot \frac{3}{\cancel{100}} \cdot \frac{8}{\cancel{12}}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{2}{3} \longrightarrow \begin{array}{l} C_1 = 2k \\ C_2 = 3k \end{array}$$

En (1): $5k = 6000 \longrightarrow k = 1200$

Piden: $C_2 - C_1 = k = 1200$

Clave: B

PROBLEMAS

4. Calcular el monto que se obtiene al colocar S/. 4 000 al 10% trimestral, capitalizable trimestralmente, durante 9 meses.

A) S/. 1 331 **B) S/. 2 662** **C) S/. 3 993**
D) S/. 5 324 **E) S/. 6 655**

Resolución

Capitalización trimestral

$C = 4000$

$r\% = 10\%\ trimestral$

$t = 9\ meses$ <> 3 trimestres

Piden $M = C\,(1 + r\%)^t$

$M = 4000\,(1 + 10\%)^3 = 4000\,(1{,}1)^3$

$M = 5324$ **Clave: D**

5. ¿Cuál fue el capital que, colocado al 120% de interés anual y capitalizando trimestralmente, después de 9 meses se transformó en S/. 10 985?

A) S/. 4 000 **B) S/. 5 500** **C) S/. 4 500**

D) S/. 5 000 **E) S/. 6 000**

Resolución

Capitalización trimestral

$C = ??$

$r\% = 120\%\ anual$ <> 30% trimestral

$t = 9\ meses$ <> 3 trimestres

Dato: M = 10 985 $\longrightarrow$ C $(1 + r\%)^t = 10\ 985$

$C(1 + 30\%)^3 = 10\ 985 \longrightarrow C(1{,}3)^3 = 10\ 985$

$\therefore$ C = 5000

Clave: D

06. Una inversión inicial de S/. 24 000 al 6% anual se capitaliza continuamente durante 9 meses. Calcular el monto final de la inversión. ($e^{0,045}$ = 1,0460279)

A) S/. 25 104,67 **B) S/. 25 410,68** **C) S/. 25 716,75**
D) S/. 26 210,44 **E) S/. 26 414,56**

Resolución

Capitalización continua

$C = 24000$

$r\% = 6\%\ anual$

$t = 9\ meses = \frac{9}{12}$ años

Piden: M = $Ce^{r\%t}$

M = 24000 . $e^{6\% \cdot \frac{9}{12}}$ = 24000 . $e^{0,045}$

M = 24000 (1,0460279)

M = 25104,67

Clave: A

07. Una inversión de $ 250 se capitaliza continuamente a una tasa de interés anual del 7,5%. ¿Cuál será aproximadamente el valor de la inversión después de 6 años? ($e^{0.15}$ = 1,16182)

A) $ 392,06 **B) $ 293,05** **C) $ 350,07**
D) $ 299,08 **E) $ 398,05**

Resolución

Capitalización continua

$C = \$250$

$r\% = 7{,}5\%\ anual$

$t = 6\ años$

Piden: $M = Ce^{r\%t}$

$M = 250 \cdot e^{7{,}5\% \cdot 6} = 250 \cdot e^{0{,}45}$

$M = 250(e^{0{,}15})^3 = 250(1{,}16182)^3$

$M = 392{,}06$

Clave: A

P3 $e^{0,1} = 1,1051$

8. Ruth coloca la tercera parte de su capital al 4% y el resto al 5%, resultando al cabo de 1 año un interés total de S/. 980. Calcular la parte impuesta al 5%.

A) S/. 7 000 B) S/. 7 700 C) S/. 9 800 D) S/. 14 000 E) S/. 14 700

Resolución

Sea $C = 3k$

$k\,;4\%\ anual\ \ ;1\ año \longrightarrow I_1$

$2k\,;5\%\ anual\,;1\ año \longrightarrow I_2$

Dato: $I_1 + I_2 = 980$

$$k.\frac{4}{100}.1 + 2k.\frac{5}{100}.1 = 980$$

$$\frac{4k}{100} + \frac{10k}{100} = 980 \longrightarrow \frac{14k}{100} = 980$$

$$k = 7000$$

Piden: $2k = 2(7000) = 14000$

Clave: D

9. Si la tasa p% trimestral equivale a una tasa de q% cuatrimestral y r% semestral equivale a t% bimestral,

calcular el valor de $\frac{pt}{qr}$:

A) 1/3 **B) 1/4** **C) 3/2**

D) 4/3 **E) 5/4**

Resolución

$p\%\ trimestral <> q\%\ cuatrimestral$ ....(1)

$r\%\ semestral <> t\%\ bimestral$ ....(2)

Todo a tasa anual

$De\ (1)\quad 4p\%\ anual <> 3q\%\ anual \longrightarrow 4p = 3q$

$De\ (2)\quad 2r\%\ anual <> 6t\%\ anual \longrightarrow 2r = 6t$

Dividiendo: $\frac{4p}{2r} = \frac{3q}{6t} \longrightarrow \frac{pt}{qr} = \frac{6}{24} \longrightarrow \frac{pt}{qr} = \frac{1}{4}$

Clave: B

PROBLEMAS

10. Calcular el interés producido por S/. 360 durante 1 año al 60% anual y capitalizable semestralmente.

A) S/. 240,4 **B) S/. 244,8** **C) S/. 240,8**
D) S/. 248,8 **E) S/. 248,4**

Resolución

Capitalización semestral

$C = 360$

$t = 1\ año$ <> 2 semestres

$r\% = 60\%\ anual$ <> 30% semestral

Piden $I = M - C = C\,(1 + r\%)^t - C$

$I = 360(1 + 30\%)^2 - 360$

$I = 248{,}4$

Clave: E

11. Alberto debe decidir si colocar su dinero en el banco A, que le paga 44% de interés anual o un banco B que le paga una tasa del 20% semestral capitalizable trimestralmente. Si el tiempo de imposición es de 9 meses, ¿qué porcentaje del capital gana más en un banco respecto al otro?

A) 1% **B) 0,5%** **C) 0,2%** **D) 0,1%** **E) Gana igual**

Resolución

Capital: C

$Banco\ A$: $Interés\ simple$

$r\% = 44\%\ anual$

$t = 9\ meses$

$\hookrightarrow \frac{9}{12}$ años $M = C(1 + r\% \cdot t)$

$Banco\ B$: $Capitalización\ trimestral$

$r\% = 20\%\ semestral$ <> 10% trimestral

$t = 9\ meses$ <> 3 trimestres

$$Banco\ A: \quad M_1 = C(1 + \frac{44}{100} \cdot \frac{9}{12}) = \frac{1596}{1200}\ C = 1{,}33\ C = 133\%\ C$$

$$Banco\ B: \quad M_2 = C(1 + 10\%)^3 = C(1{,}1)^3 = 1{,}331\ C = 133{,}1\%\ C$$

$Observación$: $M_2 - M_1 = 0{,}1\%\ C$ $Rpta$: 0,1% **Clave: D**

12. Tres capitales impuestos separadamente al 12,5% semestral, 4% bimestral y al 5% trimestral, durante un mismo tiempo, generan el mismo interés. Hallar el mayor de los tres capitales, sabiendo que el menor de los montos producidos en 1 año es 300 000.

A) 240 000 **B) 250 000** **C) 300 000**

D) 320 000 **E) 360 000**

$M = C(1 + r\% \cdot t)$

Resolución

$C_1\,;25\%\ anual\ \ ;t \longrightarrow I_1$

$C_2\,;24\%\ anual\ \ ;t \longrightarrow I_2$

$C_3\,;20\%\ anual\ ;t \longrightarrow I_3$

Dato: $I_1 = I_2 = I_3$

$C_1 \,.\, 25\%\, t = C_2 \,.\, 24\%\, t = C_3 \,.\, 20\%\, t$

$C_1 \,.\, 25 = C_2 \,.\, 24 = C_3 \,.\, 20$ = 600k

$\downarrow$ $24k$ $\quad$ $\downarrow$ $25k$ $\quad$ $\downarrow$ $30k$

El menor monto lo produce el menor capital

Dato: $24k(1 + 25\%.1) = 300\,000$

$24k(1{,}25) = 300\,000 \longrightarrow k = 10\,000$

Piden: $C_3 = 30(10\,000) = 300\,000$

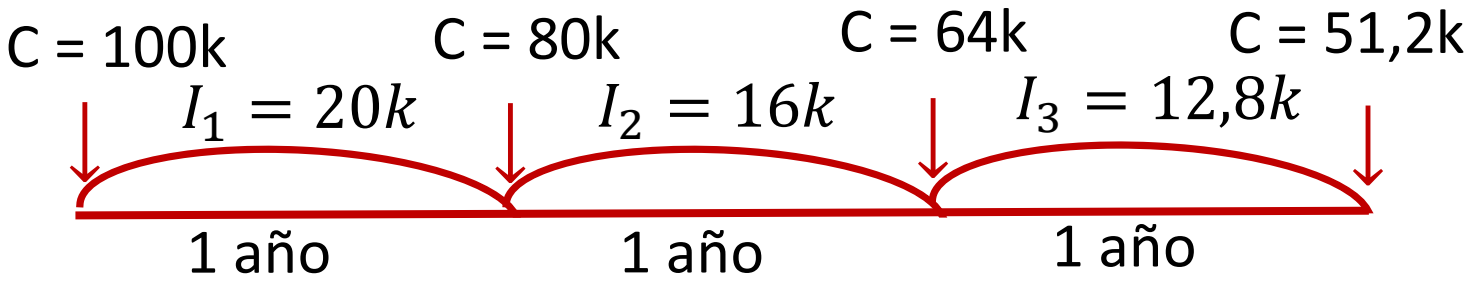
Clave: C

13. Un capital es impuesto al 20% anual y al final del primer año se sacan los intereses y una parte del capital igual a los intereses, al final del segundo año se sacan los intereses y una cantidad igual a los intereses y así sucesivamente. Calcular el capital sabiendo que al final del tercer año se nota que el capital ha disminuido en 122 soles. ¿Cuánto fue el capital inicial?

A) S/. 200 B) S/. 220 C) S/. 230 D) S/. 250 E) S/. 280

Resolución

$Sea \quad C = 100k \quad ; \qquad r\% = 20\% \; anual$



Piden:

$C = 100(2{,}5) = S/250$

Clave: D

Dato: $Disminución\ del\ capital = 122$

$$100k - 51{,}2k = 122 \longrightarrow 48{,}8k = 122 \longrightarrow k = 2{,}5$$

14. Raúl recibió un préstamo de S/. 3 750, por el cual deberá pagar 20% de interés mensual y capitalizable; pero el segundo mes Raúl decide amortizar abonando N soles, de tal manera que al tercer mes cancela la deuda pagando 2N soles. Calcular N.

A) 1 200 **B) 1 500** **C) 2 025**

D) 2 000 **E) 2 500**

Resolución

Préstamo: S/3750

$r\% = 20\%\ mensual\ (capitalizable)$

	$Deuda$	$Interes$	$Amortiza$
$1^{er} mes$	3750	750	0
$2^{do} mes$	4500	900	N
$3^{er} mes$	$5400 - N$	$\frac{1}{5}(5400 - N)$	$2N$

$Se\ cumple$

$$2N = \frac{6}{5}(5400 - N)$$

$Resolviendo$

$N = 2025$ **Clave: C**

15. Un capital impuesto durante 4 meses produce un interés simple igual al 37,5 % del monto. ¿A qué rédito estuvo impuesto?

A) 60% **B) 112,5%** **C) 100%**

D) 180% **E) 129%**

Resolución

Capital: C ; $t = 4\,meses$; $tasa$: $r\%\ anual$

$Dato$: $I = 37{,}5\%\ M$

$Sea \quad M = 100k \longrightarrow I = 37{,}5k$; C= $62{,}5k$

$Como \quad I = 37{,}5k \longrightarrow C.r\%\,.t = 37{,}5k$

$$62{,}5k\,.\frac{r}{100}.\frac{4}{12} = 37{,}5k \longrightarrow r = 180$$

$Rpta$: $180\%\ anual$ **Clave: D**

16. La tercera parte de un capital se coloca al 9% de interés simple. ¿A qué tanto por ciento deberá colocarse el resto para obtener en un año un beneficio total del 11% de dicho capital?

A) 9% **B) 10%** **C) 11%**

D) 12% **E) 13%**

Resolución

Sea $C = 3k$

$C_1 = k \ ; 9\% \ anual \ ; 1 \ año \longrightarrow I_1$

$C_2 = 2k \ ; r\% \ anual ; 1 \ año \longrightarrow I_2$

Dato: $I_1 + I_2 = 11\% C$

$$k \,.\, 9\% \,.\, 1 + 2k \,.\, r\% \,.\, 1 = 11\% \,(3k)$$

$$9 + 2r = 33 \longrightarrow r = 12$$

Rpta: 12% anual **Clave: D**

17. ¿Cuál es el capital que impuesto al 5% de interés simple anual, se obtiene un monto de 3 174 en 3 años?

A) 2 760 **B) 2 685** **C) 3 000**

D) 2 800 **E) 2 635**

Resolución

$C = ?$

$r\ \% = 5\ \%\ anual$

$t = 3\ años$

Dato: M = 3174

$$C\,(1 + r\ \%\ t) = 3174$$

$$C\,(1 + 5\ \%\,.\,3) = 3174 \quad \longrightarrow \quad C\,(1{,}15) = 3174$$

$\therefore$ C = 2760 **Clave: A**

18. Cierta cantidad de dinero se presta durante 2 años y en ese tiempo produce un interés igual al 10% del monto. ¿Qué porcentaje del monto producirá en 6 años?

A) 25% **B) 28%** **C) 30%**

D) 33% **E) 20%**

Resolución

Cuando $t = 2$ años

$I = 10\ \%\ M$

Sea M = 10k $\longrightarrow$ I = k ; C = 9k

Cuando t = 6 años

I' = 3k ; C = 9k $\longrightarrow$ M' = 12k

Piden: $\frac{3k}{12k} * 100\ \%$ = 25% **Clave : A**

19. Un capitalista coloca parte de su dinero en una empresa al 19% y otra parte en una financiera al 11%, calcula luego los intereses invirtiendo las tasas, obteniendo intereses iguales. Se desea saber el capital colocado en la financiera sabiendo que produce 1 176 soles menos que el colocado a la empresa en un año.

A) 4 000 B) 5 000 C) 5 390 D) 6 290 E) 7 000

Resolución

Capital: $C = C_1 + C_2$

$Empresa$: C_1 ; 19% anual ; 1 año $\longrightarrow I_1$

$Financiera$: C_2 ; 11% anual ; 1 año $\longrightarrow I_2$

$*$ Cuando se intercambian las tasas

$C_1 \,.\, 11\% \,.\, 1 = C_2 \,.\, 19\% \,.\, 1$

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{19}{11} \longrightarrow \begin{cases} C_1 = 19k \\ C_2 = 11k \end{cases}$$

*Por dato : $I_1 - I_2 = 1176$

$19k \,.\, 19\% \,.\, 1 - 11k \,.\, 11\% \,.\, 1 = 1176$

$240\%\, k = 1176 \longrightarrow k = 490$

Piden: $C_2 = 11(490) = 5390$

Clave : C

20. Un capital de 2 648 soles se presta a un interés de 10% mensual. La deuda debe ser cancelada con 3 cuotas de igual monto considerando que el interés se aplica sobre el saldo deudor, ¿cuánto debe ser la cuota mensual?

A) 1 020,2 B) 1 024,8 C) 1 050,3 D) 1 060,2 E) 1 064,8

Resolución

Préstamo: $S/2648$; $r\% = 10\%\ mensual$

	$Deuda$	$Interés$	$Cuota$
$1^{er} mes$	2648	$264{,}8$	k
$2^{do} mes$	$2912{,}8 - k$	$\frac{1}{10}(2912{,}8 - k)$	k
$3^{er} mes$	$\frac{11}{10}(2912{,}8 - k) - k$	$\frac{1}{10}\left[\frac{11}{10}(2912{,}8 - k) - k\right]$	k

Se cumple $k = \frac{11}{10}\left[\frac{11}{10}(2912{,}8 - k) - k\right]$

Resolviendo: $k = 1064{,}8$

Clave: E

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS